

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Поповой Александры Евгеньевны «Диаграммы Юнга в теории макросистем», представленной на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (радиотехника, автоматика, связь)

Представленная диссертация посвящена изучению механизма появления различных макросостояний в сложных системах. Такой подход к изучению качественных особенностей сложных систем появился в последние четверть века и связан с проникновением методов статистической физики в инструментарий системного анализа. Одним из основных объектов изучения системного анализа являются системы, состоящие из большого числа однотипных элементов. В рамках макросистемного подхода большое число элементов и неопределённость в их поведении учитывается средствами статистической физики и теории вероятностей, а число способов реализации конкретного состояния системы на уровне элементов и их состояний может быть найдено комбинаторными методами. При этом задача исследования макроскопической системы состоит в отыскании её наиболее вероятного, или равновесного, состояния. Диаграммы Юнга представляют интерес как комбинаторные объекты, обладающие свойством упорядоченности. Тот факт, что двумерные и трёхмерные диаграммы Юнга применяются в статистической физике в различных задачах моделирования многочастичных систем, указывает на принципиальную возможность исследования с помощью диаграмм Юнга и других макроскопических систем, существенной чертой которых является упорядоченность, например системы массового обслуживания, в которых требования выстраиваются в очередь по приоритету, системы распределённых вычислений, в которых также присутствует очерёдность выполнения заданий, и такие упорядоченные структуры данных, как ранговые распределения. Таким образом, актуальной является задача применения диаграмм Юнга к исследованию макросистем с упорядочением. Представленная работа посвящена изучению основанных на диаграммах Юнга представлений макроскопических систем с неразличимыми элементами, упорядоченным образом распределяемыми по состояниям.

Совокупность объектов, рассматриваемая как система, обладает, с точки зрения исследователя, характеристиками, не присущими отдельным элементам. Вслед за статистической физикой, макросистемный подход проводит чёткое различие между микросостоянием системы, как перечислением состояний всех элементов, и макросостоянием, которое получается из микросостояний по определённому правилу. Представления макроскопических систем должны учитывать различимость элементов и их состояний на микроуровне, то есть то, приводит ли перестановка двух элементов системы или состояний к появлению нового микросостояния. Также может быть учтена конечная ёмкость состояний элементов (так называемые парастатистики). В рассматриваемой диссертации предлагается способ учёта упорядоченного механизма заполнения состояний элементов системы. Основой этого способа являются диаграммы Юнга, которым

посвящён последний раздел главы. Диаграмма Юнга служит графическим изображением разбиения некоторого целого числа на слагаемые, следующие в невозрастающем порядке. Одна из задач теории разбиений – нахождение числа разбиений, удовлетворяющих, возможно, определённым заданным ограничениям. Теория случайных разбиений исследует процесс случайного роста диаграмм Юнга по некоторой вероятностной мере.

Основным результатом диссертации является предложенное автором представление макроскопической системы с неразличимыми элементами и различимыми состояниями – «IDA1-система». Такое представление имеет две отличительные особенности. Первая состоит в том, что состояния элементов системы заполняются упорядоченным образом: их заселённости образуют невозрастающую последовательность. Это позволяет каждому микросостоянию системы сопоставить диаграмму Юнга, поэтому дальнейшее исследование естественно реализуется в рамках комбинаторики диаграмм Юнга. Вторая особенность рассмотренной модели состоит в том, что макросостояния системы строятся как окрестности микросостояний. Такой подход делает возможным исследование систем, у которых заселённости состояний либо известны лишь с конечной точностью, либо испытывают небольшие изменения во время наблюдения за системой, что затрудняет или делает бессмысленным рассмотрение набора точных чисел заполнения состояний элементов как макросостояния системы.

В диссертации задача решена лишь в частном случае единичных окрестностей. Однако это решение дано с исчерпывающей полнотой. Выписано выражение для определения ёмкости единичной окрестности заданного микросостояния. Исследованы равновесные, т. е. наиболее вероятные, состояния IDA1-системы. Показано, что их формирование происходит по оболочечному механизму, так что ёмкость окрестности равновесного состояния терпит скачок, если количество элементов в системе становится равным треугольному числу. В диаграмме Юнга, соответствующей такому равновесному состоянию, может быть выделено целое число заполненных оболочек. Установлено, что диаграмма Юнга равновесного состояния для произвольного числа элементов имеет определённую внутреннюю структуру. Получено выражение для ёмкости единичной окрестности равновесного состояния при заданном числе элементов. В зависимости от количества элементов, у IDA1-системы может быть как одно, так и несколько равновесных состояний. Модель IDA1-системы предлагается использовать для исследования ранговых распределений. В частности, характерный для этой модели способ формирования макросостояний имеет смысл использовать для анализа произвольных ранговых распределений, например, для каналов связи в телекоммуникационной сети по числу занятых маршрутов.

Отмечу, что в работе сделаны также некоторые шаги по изучению двумерного случая, то есть IDA2-системы, представляющая собой аналог IDA1-системы в двух измерениях: при тех же условиях различимости элементов и состояний, заселённости состояний располагаются в нестрого убывающем порядке не в один ряд, а по двум координатным осям, то есть образуют так

называемое плоское разбиение числа элементов, которое может изображаться трёхмерной диаграммой Юнга. Таким образом, микросостоянию IDA2-системы ставится в соответствие трёхмерная диаграмма Юнга, а макросостояния, как и прежде, являются окрестностями микросостояний. Здесь снова рассмотрен частный случай окрестностей с радиусом, равным единице. Однако, при этом задача комбинаторно гораздо белее сложная. Для этого случая в работе получено выражение для ёмкости окрестности микросостояния. В трёхмерных диаграммах Юнга выделены оболочки и ряды, причём показано, что диаграммы, состоящие из целого числа оболочек и рядов, соответствуют равновесным состояниям, и приведены выражения для ёмкостей окрестностей таких состояний. Выяснено, что диаграммы Юнга для равновесных состояний системы при произвольном числе элементов принадлежат к так называемым максимальным диаграммам, и получены пределы, в которых заключена ёмкость окрестности соответствующих состояний. Неожиданно, хотя как выясняется, вполне естественно, здесь появляются пирамидальные числа. Отмечу, что вообще естественность появления в этой работе многоугольных чисел кажется мне самым впечатляющим моментом представленного исследования.

В целом, представленная диссертация представляет собой завершённое научное исследование и содержит новые результаты, представляющие интерес для теории макросистем и рангового анализа. Основные результаты работы опубликованы в журналах из списка ВАК. Достоверность и обоснованность полученных результатов обеспечивается согласованностью исследования с принципами статистической физики и теории макросистем, корректным применением математического аппарата теории вероятностей и теории разбиений, апробацией результатов в печати и выступлением на научных конференциях и семинарах.

Необходимо отметить, что текст диссертации отражает конкурирующее взаимодействие «физика» и «системщика» в сознании автора работы. В тех случаях, когда верх одерживает «физик», проявляются некоторые недостатки, как в диссертации, так и в автореферате:

1. В работе постоянно используется термин «статистика», очевидно соответствующий пониманию, принятому в статистической физике, а это нуждается в специальном обосновании для системного анализа.

2. Не имеет достаточного обоснования условие, определяющее заселённость ячеек на стр.43. Если это условие изменить, то по видимому диаграммы Юнга становятся не применимыми.

3. В автореферате необходимо было перенести все формулировки теорем из текста диссертации. На самом деле диссертация содержит 8 четко сформулированных и доказанных теорем. По существу именно эти теоремы, а также сопровождающие их леммы, являются основным содержанием работы. Остается только сожалеть, что автореферат, в этом смысле несколько менее представителен.

Однако, указанные недостатки не снижают значимости полученных результатов. Считаю, что диссертация Поповой А. Е. «Диаграммы Юнга в теории макросистем» удовлетворяет критериям, перечисленным в «Положении о присуждении ученых степеней», содержание диссертации соответствует специальности 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации (радиотехника, автоматика, связь)», а её автор Попова Александра Евгеньевна заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук.

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук, профессор  
профессор кафедры автоматизированных и вычислительных  
систем факультета информационных технологий и  
компьютерной безопасности Воронежского  
государственного технического университета.

Ю.Я. Агранович

Россия, Воронеж, 394026,  
Московский проспект, д. 14. Корп. 3. Каб. №320.  
Телефон: 8 (473) 243-77-18  
E-mail: agurya@yandex.ru

8 февраля 2016 года

